Resumen de Matemáticas Elementales 1

FRACCIONES	
Si $b \neq 0,\ \dfrac{a}{b} = c \Leftrightarrow a = bc$	$\dfrac{3x}{x+1} = 1 \Leftrightarrow 3x = x+1 \Leftrightarrow 2x = x \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$
$\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$	$x+1+\dfrac{3x}{x^2+1} = \dfrac{(x+1)(x^2+1)}{x^2+1} + \dfrac{3x}{x^2+1} = \dfrac{(x+1)(x^2+1)+3x}{x^2+1}$
$\dfrac{a}{b+c} \neq \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$	Por ejemplo, $\dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$ no es igual a $\dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{1} = 2$
$\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{d} = \dfrac{ad+bc}{cd}$	$\dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{x^2+2}{x-1} = \dfrac{(x+1)(x-1)+(x^2+2)(x-2)}{(x-2)(x-1)}$
$\dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$	$\dfrac{x+1}{x-2} \cdot \dfrac{x^2+2}{x-1} = \dfrac{(x+1)(x^2+2)}{(x-2)(x-1)}$
$\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad}{bc}$	$\dfrac{\frac{x+1}{x-2}}{\frac{x^2+2}{x-1}} = \dfrac{x+1}{x-2} : \dfrac{x^2+2}{x-1} = \dfrac{(x+1)(x-1)}{(x^2+2)(x-2)}$

IGUALDADES IMPORTANTES Y OTRAS FALSAS	
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	$\boldsymbol{(a+b)^2 \neq a^2 + b^2}$
$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$	$\boldsymbol{(a-b)^2 \neq a^2 - b^2}$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$	$\boldsymbol{\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}}$
Si $a, b > 0,\ (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a - b$	

POTENCIAS Y EXPONENCIALES	
$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdots a \cdot a}^{n\ veces}, \quad a \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$	$a^0 = 1, \quad si\ a \neq 0$ $a^1 = a, \quad \forall a \in \mathbb{R}$ $-a^n = -(a^n) \qquad (-a)^n = (-1)^n a^n$
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \quad a \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$, no siempre está definida; por ejemplo, no existe la raiz cuadrada de un número negativo	$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \qquad a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad m.n \in \mathbb{N}$	$a^{\frac{4}{2}} = \sqrt{a^4} = a^2 \qquad a^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{a^5} = a\sqrt[3]{a^2}$ $\sqrt{a^2} = \|a\|$ (signo positivo de la raiz)
$a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$	$\pi^{-2} = \dfrac{1}{\pi^2}$
$a^{x+y} = a^x a^y$	$2^5 = 2^3 2^2 = 32$
$a^{x-y} = a^x a^{-y} = a^x \dfrac{1}{a^y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	$3^{x-2} = 3^x 3^{-2} = 3^x \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{3^x}{3^2}$
$(a^x)^y = a^{xy}$	$(3^2)^2 = 3^4 = 81$
$(ab)^x = a^x b^x$	$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
Si $\quad a > 1 \quad$ entonces $\quad x < y \Rightarrow a^x < a^y$ Si $\quad 0 < a < 1 \quad$ entonces $\quad x < y \Rightarrow a^x > a^y$	$2^2 < 2^3 \qquad \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 > \left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

LOGARITMOS	
Para $x > 0$, $\ln x$ es la función inversa de la exponencial de base e, es decir: $y = \ln x \Leftrightarrow e^y = x$	Para $x > 0$ y $a > 0$, $\log_a x$ es la función inversa de la exponencial de base a, es decir: $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$
$\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \qquad \log_a x = 0 \Leftrightarrow x = 1$	$\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$
$\ln x + \ln y = \ln(xy)$	$\ln x - \ln y = \ln(\dfrac{x}{y})$
$y \ln x = \ln x^y$	$e^{y \ln x} = x^y$
$\ln(x \pm y)$ **no se puede poner en función de** $\ln x$ y $\ln y$	