

Ejercicios resueltos de Integrales Dobles 1

Ejercicio 1. Calcular $\int \int_D x \, dx \, dy$ siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y \leq 1, y \geq x^2 - 1\}$. (Sol : $-\frac{9}{4}$) ¿Representa la integral el área del recinto D ? (Sol : No)

Ejercicio 2. Calcular $\int \int_D y \ln x \, dx \, dy$ siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq x, 1 \leq x \leq 2\}$. (Sol : $\frac{4}{3} \ln 2 - \frac{7}{18}$)

Ejercicio 3. Calcular $\int \int_D xy \, dx \, dy$ siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0, y \leq 0, y \geq x^2 - 1\}$. (Sol : $-\frac{1}{12}$)

Ejercicio 4. Calcular $\int \int_D e^x \, dx \, dy$ siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y \leq 2, x \leq y, x \geq 0\}$. (Sol : $e - 1$)

Ejercicio 5. Dado el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 1, y \geq 1, xy \leq 2\}$ se pide:

1. Área del recinto D . (Sol : $2 \ln 2 - 1$)

2. $\int \int_D \frac{x}{y^2} \, dx \, dy$. (Sol : $\frac{1}{3}$)

Ejercicio 6. Dado el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y \leq 1, y \geq x^2 - 1\}$ se pide:

1. Área del recinto D . (Sol : $\frac{9}{2}$)

2. $\int \int_D xy \, dx \, dy$. (Sol : $-\frac{27}{8}$)

Ejercicio 7. Calcular $\int \int_D \frac{xy}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x, x \geq 1\}$. (Sol : $\frac{2 - \ln 2}{4}$)

Ejercicio 8. Dado el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y \leq 4, xy \geq 3, x \geq 0, y \geq 0\}$ se pide:

1. Área del recinto D . (Sol : $4 - 3 \ln 3$)

2. $\int \int_D xy \, dx \, dy$. (Sol : $\frac{22}{3} - \frac{9 \ln 3}{2}$)

Ejercicio 9. Calcular $\int \int_D \ln x \, dx \, dy$ siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y \leq 5, y \geq 1, x \geq 1\}$. (Sol : $\frac{16}{3} \ln 2 - \frac{29}{9}$)

Ejercicio 10. Dado el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y \leq 5, y \geq 0, x \geq 1, y \leq 1\}$ se pide:

1. Área del recinto D . (Sol : $\frac{10\sqrt{5} - 19}{3}$)

2. $\int \int_D \ln x \, dx \, dy$. (Sol : $-\frac{16}{3} \ln 2 + \frac{5\sqrt{5}}{3} \ln 5 - \frac{40}{9} \sqrt{5} + \frac{73}{9}$)

Ejercicio 11. Dado el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq x, y \leq 1, x + y \geq 0\}$ se pide:

1. Área del recinto D . (Sol : 1)

2. $\int \int_D y \cos x \, dx \, dy$. (Sol : $-2 \cos 1 + 2 \sin 1$)

Ejercicio 12. Dado el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 0, x \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4\}$ se pide:

1. Área del recinto D . (Sol : $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$)

2. $\int \int_D xe^y \, dx \, dy$. (Sol : $e^{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - 1) - \frac{1}{2}$)

